Akademie věd České republiky
Ústav teorie informace a automatizace

Academy of Sciences of the Czech Republic
Institute of Information Theory and Automation

RESEARCH REPORT

Josef Křepela, Jiří Michálek:

Nestandardní regulační diagramy pro SPC

No. 2311 December 2011

ÚTIA AV ČR, P. O. Box 18, 182 08 Prague, Czech Republic
Telex: 122018 atom c, Fax: (+42) (2) 688 4903
E-mail: utia@utia.cas.cz

This report constitutes an unrefereed manuscript which is intended to be submitted for publication. Any opinions and conclusions expressed in this report are those of the author(s) and do not necessarily represent the views of the Institute.

REGULAČNÍ DIAGRAM PRO VŠECHNY INDIVIDUÁLNÍ HODNOTY x_i V PODSKUPINĚ

Úvod

V praxi se někdy setkáváme s požadavkem sledovat všechny napozorované hodnoty v podskupině, např. formou jistého regulačního diagramu. Vhodný regulační diagram byl zahrnut v ČSN 01 0265:1960 *Statistická regulace.* Tato norma byla však již zrušena a nahrazena normami ČSN ISO, které však tento typ regulačního diagramu nezahrnují.

Při použití regulačního diagramu pro všechny individuální hodnoty x_i v podskupině byly uvažovány jen "technické" regulační meze, tj. když „základní hodnoty" jsou dány. Otázce stanovení „základních hodnot“ je věnována samostatná kapitola.

Do tohoto regulačního diagramu se zakreslují všechny napozorované hodnoty x_1 , x_2 , … , x_n v podskupině uvažovaného rozsahu n ($3 \leq n \leq 10$). Riziko planého poplachu je stanoveno $\alpha = 0{,}05$. Používá se dvou párů regulačních mezí:

vnější (zásahové) horní UCL a dolní LCL ;

vnitřní (výstražné) horní UWL a dolní LWL .

Pro zjednodušení zápisu bude použito rovněž značení x_A = UCL; x_{-A} = LCL; x_B = UWL; x_{-B} = LWL.

Signál k identifikaci zvláštní příčiny variability se vydá, nastane-li alespoň jeden z následujících jevů:

a) nad UCL nebo pod LCL leží alespoň jedna výběrová hodnota;

b) mezi UCL a UWL nebo mezi LCL a LWL leží alespoň dvě výběrové hodnoty.

"Technické" regulační meze („základní hodnoty“ jsou dány) se vypočítají za předpokladu, že se připouští překročení horní mezní hodnoty USL nebo nedosažení dolní mezní hodnoty LSL nejvýše s pravděpodobností p. Označíme-li cílovou hodnotu μ_0 a šířku tolerančního pole

$$T = USL - LSL ,$$

potom uvažované vnější (zásahové) regulační meze mají v souladu s ČSN tvar

$$UCL = \mu_0 + C_{1p}(n)\,T \qquad a \qquad LCL = \mu_0 - C_{1p}(n)\,T$$

a vnitřní (výstražné) regulační meze mají v souladu s ČSN tvar

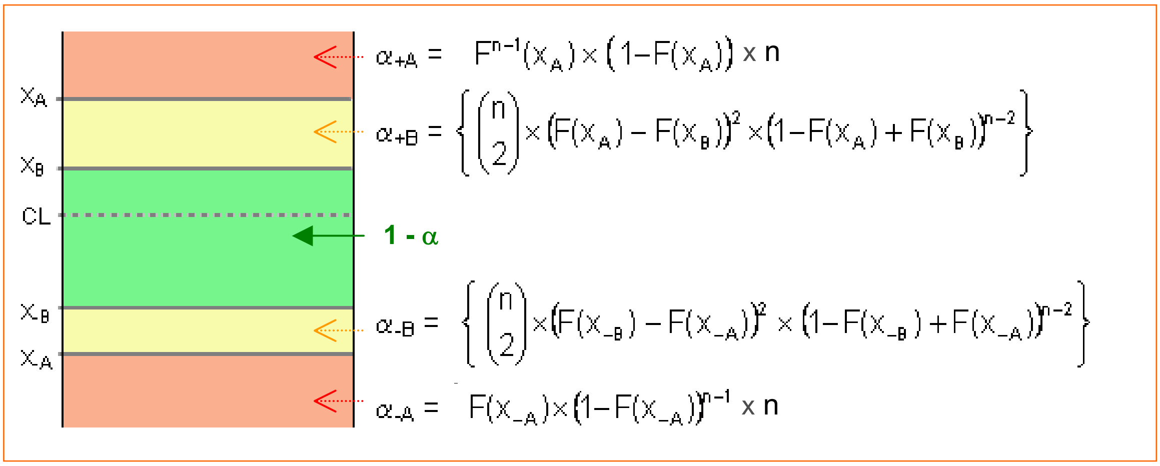
$$UWL = \mu_0 + C_{2p}(n)\,T \qquad a \qquad LWL = \mu_0 - C_{2p}(n)\,T .$$

Součinitelé $C_{1p}(n)$ a $C_{2p}(n)$ jsou v ČSN tabelovány (viz tabulky na konci kapitoly pro n = 3 až n = 10 a pro vybrané hodnoty p {0,02; 0,01; 0,005; 0,0027}).

Pravděpodobnost α, riziko planého poplachu, že bude neoprávněně vydán signál k identifikaci zvláštní příčiny, tj. že nastane náhodně alespoň jeden z výše uvedených jevů a) a b) při rozsahu podskupiny n bez příčiny, je dána vztahem:

$$\alpha = \left\{ F^{n-1}(x_A)\times\left(1-F(x_A)\right)\times n + \binom{n}{2}\times\left(F(x_A)-F(x_B)\right)^2\times\left(1-F(x_A)+F(x_B)\right)^{n-2} \right\} +$$
$$\left\{ F(x_{-A})\times\left(1-F(x_{-A})\right)^{n-1}\times n + \binom{n}{2}\times\left(F(x_{-B})-F(x_{-A})\right)^2\times\left(1-F(x_{-B})+F(x_{-A})\right)^{n-2} \right\}.$$

Na následujícím obrázku jsou znázorněny uvažované oblasti a odpovídající pravděpodobnosti výskytu výběrových bodů signalizujících planý poplach.



Pravděpodobnost výskytu jednoho z n pozorování nad UCL = x_A označíme α_{+A} potom

$$\alpha_{+A} = F^{n-1}(x_A)\times(1-F(x_A))\times n \ .$$

Pravděpodobnost výskytu jednoho z n pozorování pod LCL = x_{-A} označíme α_{-A} potom

$$\alpha_{-A} = F(x_{-A})\times(1-F(x_{-A}))^{n-1}\times n \ .$$

Pravděpodobnost výskytu dvou z n pozorování mezi UCL = x_A a UWL = x_B označíme α_{+B} potom

$$\alpha_{+B} = \binom{n}{2}\times(F(x_A)-F(x_B))^2\times(1-F(x_A)+F(x_B))^{n-2} \ .$$

Pravděpodobnost výskytu dvou z n pozorování mezi LCL = x_{-A} a LWL = x_{-B} označíme α_{-B} potom

$$\alpha_{-B} = \binom{n}{2}\times(F(x_{-B})-F(x_{-A}))^2\times(1-F(x_{-B})+F(x_{-A}))^{n-2} \ .$$

Pravděpodobnost planého poplachu, při tomto značení, můžeme napsat ve tvaru

$$\alpha_{-} = \alpha_A + \alpha_B + \alpha_{-A} + \alpha_{-B} \ .$$

Tento výraz je obecný, F(x) je hodnota distribuční funkce odpovídajícího rozdělení znaku jakosti v procesu, v bodě x. Dále se v příkladech uvažuje normální rozdělení s parametry μ_0 a σ_0^2.

Pokud jsou UCL a LCL , stejně jako UWL a LWL symetrické okolo centrální přímky CL = μ_0 , potom uvedená pravděpodobnost $\alpha = 2*(\alpha_A + \alpha_B)$ je tedy rovna

$$\alpha = 2\times\left\{F^{n-1}(x_A)\times(1-F(x_A))\times n + \binom{n}{2}\times(F(x_A)-F(x_B))^2\times(1-F(x_A)+F(x_B))^{n-2}\right\} \ .$$

Pokud nedojde v procesu ke změně (nezačne působit zvláštní příčina variability) je pravděpodobnost α rizikem planého poplachu.

Tabulka 1p

Hodnoty $C_{1p}(n)$

n	p			
	0,02	**0,01**	**0,005**	**0,0027**
3	0,525	0,474	0,435	0,407
4	0,546	0,493	0,453	0,424
5	0,563	0,508	0,466	0,436
6	0,575	0,519	0,476	0,446
7	0,587	0,530	0,486	0,455
8	0,596	0,538	0,494	0,462
9	0,604	0,545	0,500	0,468
10	0,611	0,552	0,506	0,474

Tabulka 2p

Hodnoty $C_{2p}(n)$

n	p			
	0,02	**0,01**	**0,005**	**0,0027**
3	0,373	0,337	0,309	0,289
4	0,406	0,366	0,336	0,315
5	0,429	0,388	0,356	0,333
6	0,447	0,404	0,371	0,347
7	0,462	0,417	0,383	0,358
8	0,474	0,428	0,393	0,368
9	0,484	0,437	0,401	0,376
10	0,494	0,446	0,409	0,383

Příklad 1:

Dáno: USL = 3,5 ; LSL = 2,5 ; n = 5 ; p = 0,0027.

Ze zadání plyne μ_0 = (USL + LSL) / 2 = 3,0 ;

T = USL - LSL = 1,0 .

Z tabulky 1p a tabulky 2p vyhledáme

$$C_{1p}(n) = 0{,}436 \text{ a } C_{2p}(n) = 0{,}333.$$

Pro p = 0,0027 je p/2 = 0,00135 a absolutní hodnota kvantilu rozdělení N(0,1) rovna $|u_{0,00135}|$ = 3,0. Tomu odpovídá

$$\sigma_0 = T / (2\times 3{,}0) = 1 / 6 .$$

Pro normální rozdělení N(3; $(1/6)^2$) dostaneme kontrolní meze

UCL = x_A = 3 + 0,436 * 1 = 3,436 potom $F(x_A)$ = F(3,436) = 0,995551,

LCL = x_{-A} = 3 - 0,436 * 1 = 2,564 potom $F(x_{-A})$ = F(2,564) = 0,004449

a výstražné meze

UWL = x_B = 3 + 0,333 * 1 = 3,333 potom $F(x_B)$ = F(3,333) = 0,977141,

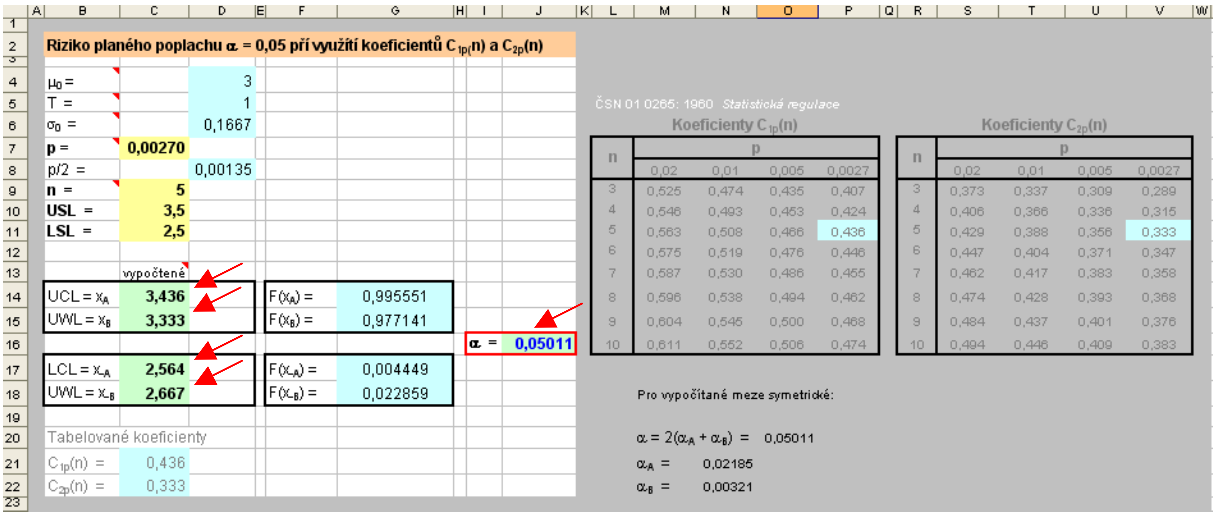
$$\text{LWL} = x_{-B} = 3 - 0{,}333 * 1 = 2{,}667 \quad \text{potom} \quad F(x_B) = F(2{,}667) = 0{,}022859.$$

Vzhledem k tomu, že regulační meze i výstražné meze jsou symetrické okolo střední hodnoty, můžeme vypočítat pravděpodobnost planého poplachu pomocí zjednodušeného výrazu:

$$P(5) = 2\times\left\{F^{n-1}(x_A)\times(1-F(x_A))\times n + \binom{n}{2}\times(F(x_A)-F(x_B))^2\times(1-F(x_A)+F(x_B))^{n-2}\right\} =$$

$$= 2\times(0{,}02185 + 0{,}00321) = 0{,}05011.$$

Výpočet je proveden v šabloně, která byla vytvořena v Excelu. V této šabloně se vypočítají automaticky kontrolní i výstražné meze pro riziko planého poplachu α = 0,05. Zadané hodnoty p, n, USL a LSL se zapíšou do žlutě vybarvených buněk. Ostatní buňky nesmí být přepisovány, některé obsahují vzorce.



Riziko planého poplachu α = 0,05 pří využití koeficientů $C_{1p}(n)$ a $C_{2p}(n)$

μ_0 =		3
T =		1
σ_0 =		0,1667
p =	0,00270	
p/2 =		0,00135
n =	5	
USL =	3,5	
LSL =	2,5	
	vypočtené	
UCL = x_A	3,436	
UWL = x_B	3,333	
LCL = x_{-A}	2,564	
UWL = x_{-B}	2,667	

$F(x_A)$ =	0,995551
$F(x_B)$ =	0,977141
$F(x_{-A})$ =	0,004449
$F(x_{-B})$ =	0,022859

α = 0,05011

Tabelované koeficienty

$C_{1p}(n)$ = 0,436

$C_{2p}(n)$ = 0,333

ČSN 01 0265: 1960 *Statistická regulace*

Koeficienty $C_{1p}(n)$

n	p = 0,02	0,01	0,005	0,0027
3	0,525	0,474	0,435	0,407
4	0,546	0,493	0,453	0,424
5	0,563	0,508	0,466	0,436
6	0,575	0,519	0,476	0,446
7	0,587	0,530	0,486	0,455
8	0,596	0,538	0,494	0,462
9	0,604	0,545	0,500	0,468
10	0,611	0,552	0,506	0,474

Koeficienty $C_{2p}(n)$

n	p = 0,02	0,01	0,005	0,0027
3	0,373	0,337	0,309	0,289
4	0,406	0,366	0,336	0,315
5	0,429	0,388	0,356	0,333
6	0,447	0,404	0,371	0,347
7	0,462	0,417	0,383	0,358
8	0,474	0,428	0,393	0,368
9	0,484	0,437	0,401	0,376
10	0,494	0,446	0,409	0,383

Pro vypočítané meze symetrické:

$\alpha = 2(\alpha_A + \alpha_B)$ = 0,05011

α_A = 0,02185

α_B = 0,00321

V buňce J16 je vypočítána aktuální hodnota planého poplachu α v případech, kdy se připouští překročení mezní hodnoty USL s pravděpodobností p/2, stejně jako nedosažení mezní hodnoty LSL se stejnou pravděpodobností p/2.

Příklad 2:

Na níže uvedeném obrázku je ukázána šablona vytvořená opět v Excelu pro výpočet rizika planého poplachu α v případech, kdy vedle hodnot p; n; USL a LSL jsou stanoveny i hodnoty zásahových (x_A ; x_{-A}) a výstražných mezí (x_B ; x_{-B}), zapsaných ve žlutě vybarvených buňkách. Zásahové ani výstražné meze nemusí být symetrické k nastavení procesu μ_0. Vychází se z předpokladu, že sledovaný znak jakosti je rozdělen normálně, se střední hodnotou μ_0 a směrodatnou odchylkou σ_0, která je závislá na tolerovaném podílu p jednotek mimo mezních hodnot.

Riziko planého poplachu α pro zvolené meze							
μ_0 =	3						
T =	1						
σ_0 =	0,16667					Pravděpodobnosti pro zvolené meze:	
p =	**0,00270**					$\alpha = \alpha_A + \alpha_B + \alpha_{-A} + \alpha_{-B}$ =	0,09496
p/2 =	0,00135					$\alpha_A + \alpha_{-A}$ =	0,05676
n =	**5**					$\alpha_B + \alpha_{-B}$ =	0,03820
USL =	**3,5**						
LSL =	**2,5**					$\alpha_A + \alpha_B$ =	0,02664
						$\alpha_{-A} + \alpha_{-B}$ =	0,06832
	zvolené meze						
UCL = x_A	**3,45**	$F(x_A)$ =	0,996533			α_A =	0,01710
LCL = x_{-A}	**2,60**	$F(x_{-A})$ =	0,008198			α_B =	0,00955
				α =	0,09496	α_{-A} =	0,03966
UWL = x_B	**3,30**	$F(x_B)$ =	0,964069			α_{-B} =	0,02866
LWL = x_{-B}	**2,75**	$F(x_{-B})$ =	0,066809				

Stejně jako v příkladu 1 je dáno: USL = 3,5 ; LSL = 2,5 ; n = 5 ; p = 0,0027.

Ze zadání plyne μ_0 = (USL + LSL) / 2 = 3,0 ;
T = USL - LSL = 1,0 .

Zadány jsou i zásahové meze

x_A = 3,45; x_{-A} = 2,60 a výstražné meze x_B = 3,30 a x_{-B} = 2,75.

V tomto případě je výsledné riziko planého poplachu α = 0,09496.

V šabloně se vypočítají i další pravděpodobnosti

- α_A = 0,01710, že výběrový bod padne nad horní zásahovou mez x_A;
- α_{-A} = 0,03966, že výběrový padne pod dolní zásahovou mez x_{-A};
- α_B = 0,00955, že výběrový bod padne mezi horní zásahovou mez a horní výstražnou mez (tj. mezi x_A a x_B);
- α_{-B} = 0,02866, že výběrový bod padne mezi dolní zásahovou mez a dolní výstražnou mez (tj. mezi x_{-A} a x_{-B});
- $\alpha_A + \alpha_{-A}$ = 0,05676, že výběrový bod padne nad horní zásahovou mez x_A, nebo pod dolní zásahovou mez x_{-A};
- $\alpha_B + \alpha_{-B}$ = 0,03820, že výběrový bod padne mezi horní zásahovou mez a horní výstražnou mez, nebo mezi dolní zásahovou mez a dolní výstražnou mez.

Samozřejmě je možno vypočítat pravděpodobnost, že výběrový bod padne nad horní zásahovou mez, nebo že dva body padnou mezi horní zásahovou mez a horní výstražnou mez, $\alpha_A + \alpha_B$ = 0,01710 + 0,00955 = 0,02664. Analogicky je pravděpodobnost že výběrový bod padne pod dolní zásahovou mez, nebo že dva body padnou mezi dolní zásahovou mez a dolní výstražnou mez, $\alpha_{-A} + \alpha_{-B}$ = 0,03966 + 0,02866 = 0,06832.

Příklad 3: Je použita šablona vytvořená v Excelu pro výpočet symetrických zásahových a výstražných mezí pro zvolené hodnoty α_A a α_B, nebo α a α_A, v případech, kdy jsou stanoveny hodnoty p; n; USL a LSL. Tyto dané hodnoty se zapíší do žlutě vybarvených buněk. Výpočet mezí x_A a x_B se provede pomocí nástroje „Hledání řešení“ programu MS Excel.

V dolní části listu je možno vypočítat pravděpodobnost α_B, pro dané hodnoty α a α_A, které jsou obvykle snáze stanovitelné. V této části se zapíše α a α_A do buněk J23 a J24, vybarvených oranžově. Vypočítanou hodnotu α_B v buňce J26 je třeba přepsat do buňky L3, stejně jako zvolenou hodnotu α_A do buňky J3. Výpočet rizika α_B se provede pomocí nástroje „Hledání řešení“ programu MS Excel.

Předpokládejme nyní, že jsou stanoveny hodnoty p = 0,0027; n = 5; USL = 3,5; LSL = 2,5 a zvoleny hodnoty α = 0,05; α_A = 0,02.
Uvedenému zadání odpovídá pravděpodobnost α_B = 0,005.
Pro α_A = 0,02 a α_B = 0,005 vypočítáme symetrické meze x_A = 3,44203 a x_B = 3,32385. Vzhledem k tomu, že se jedná o symetrické meze okolo nastavení procesu μ_0, jsou meze x_{-A} = 2,5580 a x_{-B} = 2,6761. Pro tyto meze jsou aktuální pravděpodobnosti α_A = 0,01968, α_B = 0,00453 a riziko planého poplachu α = 0,04841.

	B	C	D	F	G	I	J	K	L
1									
2	**Symetrické meze pro zvolená rizika planého poplachu α_A a α_B**						cílová hodnota		cílová hodnota
3						α_A =	0,02000	α_B =	0,00500
4	μ_0 =		3			X_A =	**3,44203**	X_B =	**3,32385**
5	T =		1				měněná		měněná
6	σ_0 =		0,16667			aktuální α_A	0,01968	aktuální α_B	0,00453
7	**p =**	**0,00270**					nastavená (vzorec)		nastavená (vzorec)
8	p/2 =		0,00135						
9	**n =**	**5**				aktuální α			
10	**USL =**	**3,5**				α = 2*(α_A + α_B) =		**0,04841**	
11	**LSL =**	**2,5**							
12									
13									
14		vypočítané							
15	UCL = x_A	3,4420		$F(x_A)$ =	0,996001		Symetrické meze		
16	UWL = x_B	3,3239		$F(x_B)$ =	0,973998	**α =**	**0,04841**		
17									
18	UCL = x_{-A}	2,5580		$F(x_{-A})$ =	0,003999				
19	UWL = x_{-B}	2,6761		$F(x_{-B})$ =	0,026002				
20									
21	**Pravděpodobnosti pro vypočítané meze:**					**Pomocný výpočet rizika α_B**			
22									
23	$\alpha_A + \alpha_{-A}$ =	0,03936	$\alpha_B + \alpha_{-B}$ =	0,00906		Zvolené α =	**0,05000**	cílová hodnota (zapsat)	
24	$\alpha_A + \alpha_B$ =	0,02421	$\alpha_{-A} + \alpha_{-B}$ =	0,02421		Zvolené α_A =	**0,02000**	nutno zvolit (součást vzorce)	
25									
26	α_A =	0,01968	α_{-A} =	0,01968		**α_B =**	**0,00500**	0,05000	
27	α_B =	0,00453	α_{-B} =	0,00453			měněná (výsledek)	nastavená (vzorec)	
28									
29	$\alpha = \alpha_A + \alpha_B + \alpha_{-A} + \alpha_{-B}$ =			**0,04841**					
30									

Literatura:

(1) ČSN 01 0265:1960 *Statistická regulace.* Tato norma byla zrušena a nahrazena

REGULAČNÍ DIAGRAM PRO MINIMÁLNÍ, NEBO MAXIMÁLNÍ HODNOTY V PODSKUPINĚ

Úvod

Statistické řízení procesů (SPC) na základě statistické regulace vychází především z regulačních diagramů Shewhartova typu, opírajících se o ČSN ISO 8258 „*Shewhartovy regulační diagramy*" (4). V praxi se však často vyskytují případy, které uvedená ČSN ISO nepokrývá. Jedná se zejména o regulační diagram pro minimální, resp. maximální hodnoty v podskupině (1).

Tento typ regulačního diagramu, regulační diagram pro minimální $x_{min} = x_{(1)}$ hodnotu, nebo maximální $x_{max} = x_{(n)}$ hodnotu v podskupině (náhodném výběru) rozsahu n byl zahrnut v ČSN 01 0265, která byla v roce 1995 sice zrušena, ale v praxi má stále svůj význam, protože umožňuje sledovat polohu i variabilitu v jednom diagramu, zejména v případech, kdy je předepsána jen jedna mezní hodnota.

Rozdělení nejmenších a největších hodnot v náhodném výběru.

Budeme uvažovat případy, kdy výběr pochází z rozdělení majícího spojitou distribuční funkci F (x) a hustotu pravděpodobnosti f (x).

Z odborné literatury (2), (3) plyne, že distribuční funkce a hustoty pravděpodobnosti nejmenší hodnoty $x_{(1)}$ a největší hodnoty $x_{(n)}$, pro $-\infty < x < \infty$ v náhodném výběru rozsahu n jsou

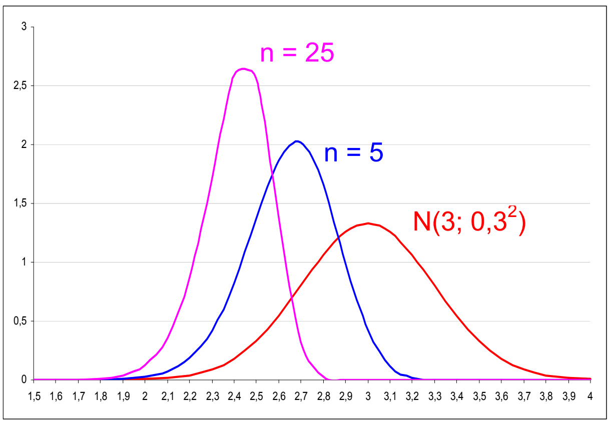
$$F_{(1)}(x) = 1-[1-F(x)]^n ,$$

$$f_{(1)} = n f(x)[1-F(x)]^{n-1} ,$$

$$F_{(n)}(x) = [F(x)]^n ,$$

$$f_{(n)} = n f(x)[F(x)]^{n-1} .$$

Pro případ že F(x) je distribuční funkce normálního rozdělení s parametry μ a σ, kde parametr μ odhadujeme pomocí výběrového průměru a parametr σ pomocí výběrové směrodatné odchylky jsou průběhy hustot pravděpodobnosti minimálních hodnot vypočteny a zobrazeny pomocí Excelu. Pro μ = 3 a σ = 0,3; n = 5 a n = 25 jsou hustoty pravděpodobnosti zakreslené v následujícím obrázku:



Regulační diagram pro nejmenší, nebo největší hodnotu, v podskupině.

Regulační diagramy, v tomto případě, budou zahrnovat pouze jednu kontrolní, regulační, mez na úrovni příslušného α-kvantilu $x_{(n),\alpha}$ rozdělení minimálních, resp. $(1-\alpha)$-kvantilu $x_{(n),1-\alpha}$ rozdělení maximálních hodnot. Volená pravděpodobnost α je v tomto případě rizikem planého poplachu, tedy v případě regulačních diagramů Shewhartova typu je α = 0,00135. Vzhledem k symetrii normálního rozdělení jsou α-kvantily rozdělení minimálních hodnot v podskupině n nezávislých pozorování z normálního rozdělení stejné co do velikosti, ale s opačným znaménkem než $(1-\alpha)$-kvantily rozdělení maximálních hodnot.

Kvantily $x_{(n),\alpha}$, resp. $x_{(n),1-\alpha}$ rozdělení minimálních, resp. maximálních hodnot jsou odvozeny (2), (3) z rozdělení maximálních hodnot $x_{(n)}$ v podskupině n nezávislých pozorování, které má distribuční funkci rovnou n-té mocnině distribuční funkce F(x) sledovaného znaku x, tedy $P\{x_{(n)} < x_{(n),1-\alpha}\} = [F(x)]^n$. $1-\alpha$-kvantily rozdělení maximálních hodnot $x_{(n),1-\alpha}$ se získají řešením rovnice

$$P\{x_{(n)} < x_{(n),1-\alpha}\} = 1-\alpha = [F(x)]^n ,$$

odtud plyne, že $F(x) = (1-\alpha)^{1/n}$ pro $x = x_{(n),1-\alpha}$.

V případě, že distribuční funkce F(x) je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení N(0, 1), potom $(1-\alpha)$-kvantil $x_{(n),1-\alpha}$ rozdělení maximální hodnoty v náhodných výběrech rozsahu n bude roven kvantilu normovaného normálního rozdělení pro pravděpodobnost $(1-\alpha)^{1/n}$, tedy $(1-\alpha)^{1/n}$-kvantilu normovaného normálního rozdělení, který značíme $U_{1-\alpha}(n)$.

Pro podskupiny n pozorování z normálně rozděleného základního souboru $N(\mu, \sigma^2)$ dostáváme $1-\alpha$-kvantily

$$x_{(n),1-\alpha} = \mu + \sigma U_{1-\alpha}(n),$$

Vzhledem k symetrii normálního rozdělení jsou α-kvantily nejmenšího pozorování v podskupině n nezávislých pozorování z normovaného normálního rozdělení stejné co do velikosti, ale s opačným znaménkem než kvantily největšího pozorování.

Výpočet pomocí softwaru MS Excel s využitím statistické funkce NORMINV:

$$U_{1-\alpha}(n) = \text{NORMINV}((1-\alpha)\text{^}(1/n);0;1)$$

Na závěr kapitoly je uvedena tabulka s vypočítanými hodnotami (součiniteli) $U_{1-\alpha}(n)$ pro rizika α = 0,00135 a 0,05, a pro rozsahy podskupin n = 2 až 70. Další součinitele, pro nezahrnuté kombinace α a n je možno vypočítat na základě výše uvedeného vztahu.

Nyní můžeme vypočítat meze v regulačních diagramech pro nejmenší a největší hodnoty v podskupinách stejného rozsahu n.

A) Přirozená dolní regulační mez pro x_{min} se vypočítá ze vztahu:

$$LCL_{MIN} = \mu - \sigma U_{1-\alpha}(n) .$$

Přirozená horní regulační mez pro x_{max} se vypočítá ze vztahu:

$$UCL_{MAX} = \mu + \sigma U_{1-\alpha}(n) .$$

$U_{1-\alpha}(n)$ jsou výše odvozené $(1-\alpha)$-kvantily rozdělení maximálních hodnot v náhodných výběrech rozsahu n ze základních souborů s rozdělením N(0, 1). Parametry μ a σ jsou odhadovány běžným způsobem z podskupin.

B) „Technická“ dolní regulační mez pro x_{min} se vypočítá ze vztahu:

$$LCL_{MIN} = X_0 - \sigma_0\, U_{1-\alpha}(n) ,$$

„Technická“ horní regulační mez pro x_{max} se vypočítá ze vztahu:

$$UCL_{MAX} = X_0 + \sigma_0\, U_{1-\alpha}(n) .$$

$U_{1-\alpha}(n)$ jsou opět $(1-\alpha)$-kvantily rozdělení maximálních hodnot v náhodných výběrech rozsahu n ze základních souborů s rozdělením N(0, 1). Parametry X_0 a σ_0 jsou dané, nebo známé hodnoty.

Příklad 1

Uvažujme proces, ve kterém sledovaný znak jakosti má normální rozdělení s parametry $\mu = 3$ a $\sigma = 0,3$. Potom pro n = 25 a $\alpha = 0,00135$ je α-kvantil rozdělení nejmenších hodnot ve výběru rozsahu n = 25 roven $x_{(25),\ 0,00135} = 1,838$. *(Výpočet proveden v Mathcadu.)*

Dolní regulační mez pro nejmenší hodnotu ve výběru v tomto případě je LCL = 1,838. Ta by mohla být překročena pouze s pravděpodobností 0,00135, tj. zhruba v jednom ze 740 výběrů.

Shodný výsledek obdržíme s použitím výše uvedené tabulky:

$$LCL_{MIN} = \mu - U_{1-\alpha}(n)\, \sigma ,$$

kde dosadíme $U_{\alpha}(n) = U_{0,00135}(25) = 3,8717$; $\mu = 3$ a $\sigma = 0,03$. Potom

$$LCL_{MIN} = 3 - 3,8717 * 0,3 = 1,838.$$

Příklad 2

V praxi je možno se setkat s případem, kdy je stanovena horní mezní hodnota USL, nebo dolní mezní hodnota LSL a pravděpodobnost rizika α jejího překročení v dávkách rozsahu N.

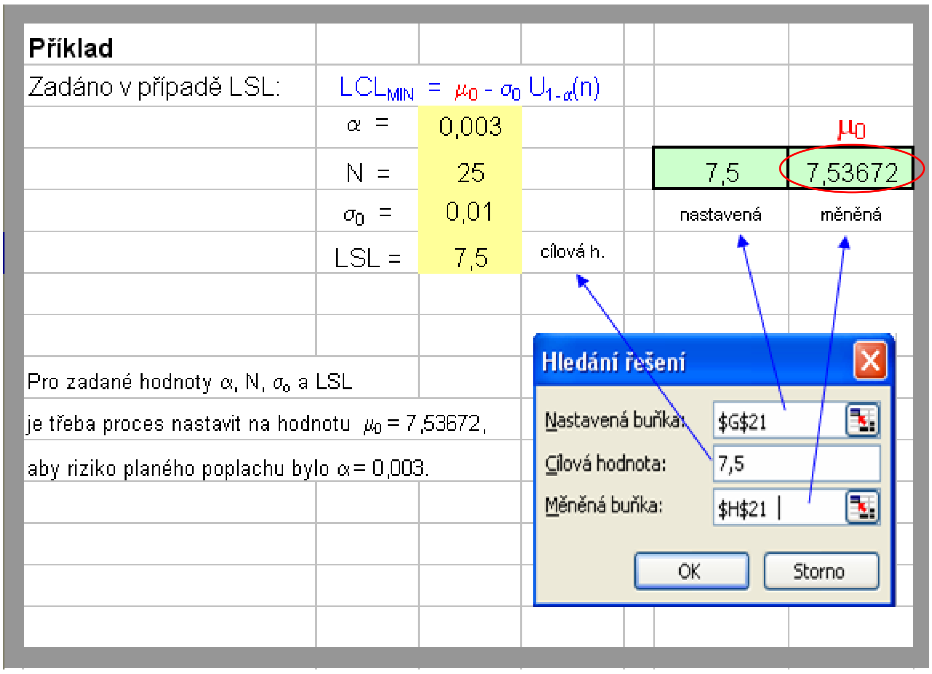
Jedná se často o malé dávky rozsahu N, ve kterých se nesmí vyskytnout jednotky pod dolní mezní hodnotou LSL více jak s rizikem α .

Výroba je dlouhodobě stabilizovaná, se znakem jakosti s rozdělením blízkým normálnímu rozdělení a se známou, v čase se neměnící směrodatnou odchylkou σ_0. Úkolem je nastavit proces, z ekonomických důvodů, co nejblíže dolní mezní hodnotě.

Vyjdeme-li z výše diskutované metody, potom LCL_{MIN} nahradíme LSL a je třeba vypočítat parametr μ_0 tak, aby

$$LSL = \mu_0 - \sigma_0\, U_{1-\alpha}(N)$$

pro dané hodnoty LSL = 7,5; $\sigma_0 = 0,01$; $\alpha = 0,003$ a N = 25. K řešení využijeme nástroje MS Excel, „Hledání řešení“. V tomto případě je optimální nastavení procesu, po zaokrouhlení na 3 desetinná místa, na hodnotu $\mu_0 = 7,537$.



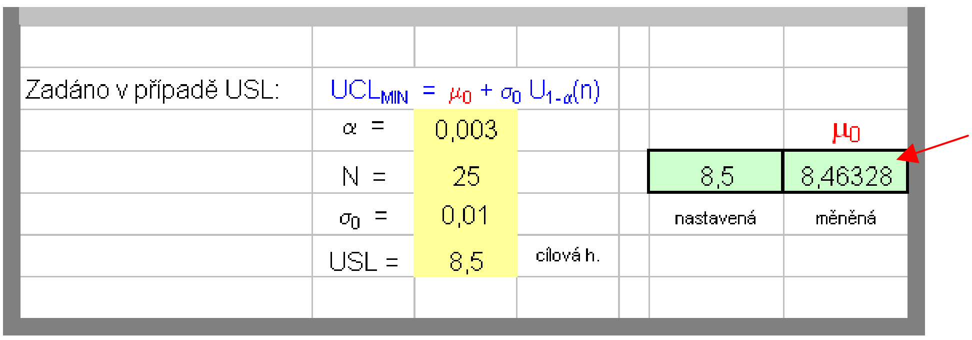
Příklad 3

Uvažujme případ, kdy je stanovena horní mezní hodnota USL, a riziko α jejího překročení v dávkách rozsahu N. Dlouhodobě stabilizovanou výrobu, se znakem jakosti s rozdělením blízkým normálnímu a se známou, v čase se neměnící směrodatnou odchylkou σ_0. Úkolem je nastavit proces co nejblíže horní mezní hodnotě.

Vyjdeme-li z výše diskutované metody, potom UCL_{MAX} nahradíme USL a vypočítáme parametr μ_0 tak, aby

$$USL = \mu_0 + \sigma_0 U_{1-\alpha}(N)$$

pro dané hodnoty USL = 8,5; σ_0 = 0,01; α = 0,003 a N = 25. K řešení využijeme nástroje MS Excel, „Hledání řešení“. V tomto případě je optimální nastavení procesu, po zaokrouhlení na 3 desetinná místa, na hodnotu μ_0 = 8,463.



Součinitele $U_{1-\alpha}(n)$

n	α = 0,00135	α = 0,05
2	3,2050	1,9545
3	3,3199	2,1212
4	3,3994	2,2340
5	3,4599	2,3187
6	3,5087	2,3862
7	3,5495	2,4421
8	3,5845	2,4898
9	3,6151	2,5312
10	3,6423	2,5679
11	3,6668	2,6007
12	3,6890	2,6303
13	3,7093	2,6574
14	3,7280	2,6822
15	3,7454	2,7051
16	3,7616	2,7265
17	3,7767	2,7464
18	3,7909	2,7651
19	3,8043	2,7826
20	3,8170	2,7992
21	3,8290	2,8149
22	3,8405	2,8298
23	3,8514	2,8440
24	3,8618	2,8575
25	3,8717	2,8704
26	3,8813	2,8828
27	3,8904	2,8946
28	3,8992	2,9060
29	3,9077	2,9170
30	3,9159	2,9275
31	3,9238	2,9377
32	3,9315	2,9475
33	3,9389	2,9570
34	3,9460	2,9662
35	3,9530	2,9751

n	α = 0,00135	α = 0,05
36	3,9597	2,9837
37	3,9662	2,9921
38	3,9726	3,0002
39	3,9788	3,0081
40	3,9848	3,0158
41	3,9906	3,0233
42	3,9963	3,0306
43	4,0019	3,0376
44	4,0073	3,0446
45	4,0127	3,0513
46	4,0178	3,0579
47	4,0229	3,0643
48	4,0279	3,0706
49	4,0327	3,0768
50	4,0374	3,0828
51	4,0421	3,0887
52	4,0466	3,0944
53	4,0511	3,1001
54	4,0555	3,1056
55	4,0598	3,1110
56	4,0640	3,1163
57	4,0681	3,1216
58	4,0721	3,1267
59	4,0761	3,1317
60	4,0800	3,1366
61	4,0839	3,1415
62	4,0876	3,1462
63	4,0914	3,1509
64	4,0950	3,1555
65	4,0986	3,1600
66	4,1021	3,1645
67	4,1056	3,1688
68	4,1090	3,1731
69	4,1124	3,1774
70	4,1157	3,1815

LITERATURA

(1) ČSN 01 0265:1960 Statistická regulace. Tato norma byla zrušena.

(2) Hald A.: "Statistical Theory with Engineering Applications " John Wiley & Sons, 1952

(3) Likeš J., Hátle J.: Základy počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky. SNTL Praha, 1972

(4) ČSN ISO 8258:1994 Shewhartovy regulační diagramy

VÝPOČET SHEWHARTOVÝCH REGULAČNÍCH MEZÍ PRO LIBOVOLNÉ RIZIKO

1 Úvod

V praxi se běžně používá statistické řízení procesů (SPC) na základě statistické regulace. Ta vychází z regulačního diagramu, do kterého je zakreslena vypočtená centrální přímka (CL), horní regulační mez (UCL) a dolní regulační mez (LCL). Základní ideu pro výpočet těchto přímek tvoří ČSN ISO 8258 „*Shewhartovy regulační diagramy*“ (3) které CL kladou do středu (mediánu) rozdělení sledovaného znaku jakosti, UCL a LCL do vzdálenosti plus a minus tři směrodatné odchylky od CL. Shewhartovy regulační diagramy jsou postaveny na těchto zásadách:

1) Rozdělení regulovaného znaku jakosti je normální se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 (směrodatnou odchylkou σ), tj. $N(\mu, \sigma^2)$.

2) Oba tyto parametry (ať známé nebo neznámé a odhadované) se v čase nemění, tj. předpokládá se statisticky zvládnutý proces, řekněme statisticky zvládnutý proces „v užším slova smyslu“.

3) Volí se rozsah podskupiny n, tj. počet jednotek, které se odebírají po každém kontrolním intervalu a budou podrobeny kontrole a výběrové charakteristiky, které se vypočtou z napozorovaných hodnot a následně se zakreslují do regulačního diagramu.

4) U regulace měřením se současně sleduje poloha procesu pomocí vhodně zvolené výběrové charakteristiky (výběrový průměr - $\overline{x}$, výběrový medián – Me, individuální napozorovaná hodnota x_i) a variabilita procesu pomocí vhodně zvolené charakteristiky variability (výběrová směrodatná odchylka - s, výběrové rozpětí – R, klouzavé rozpětí, obvykle dvou sousedních hodnot - MR); u regulace srovnáváním se sleduje jedna, vhodně zvolená charakteristika (podíl neshodných jednotek v podskupině - p, počet neshodných jednotek v podskupině - np, počet neshod v podskupině - c, počet neshod na jednotku - u).

5) Riziko, že výběrová charakteristika (výběrový bod) padne náhodně mimo jednu regulační mez (UCL nebo LCL) je α = 0,00135 (v průměru se tak stane jednou ze 740 výběrů). Toto riziko se běžně nazývá rizikem „planého poplachu“. V podstatě UCL je rovna hornímu, 0,99865 kvantilu, který označíme $U_{0,99865}$, LCL je rovna dolnímu, 0,00135 kvantilu, který označíme $L_{0,00135}$ a centrální přímka CL odpovídá mediánu, tedy 0,5 kvantilu, který označíme $Me_{0,5}$. V případě Shewhartových regulačních diagramů se uvažované kvantily pro normalizované normální rozdělení N(0, 1) označují $U_{0,99865} = u_{0,99865}$, $L_{0,00135} = u_{0,00135}$ a $Me_{0,5} = u_{0,5}$. Obecně pro riziko planého poplachu α (v tomto případě α = 0,00135), také $u_{1-\alpha}$ a u_{α}.

6) Neuvažuje se druhá možná situace, tj. riziko, že výběrový bod padne mezi regulační meze, i když došlo k působení zvláštní příčiny variability. Toto riziko se značí β a nazývá rizikem „chybějícího signálu“.

Dále se budeme zabývat pouze metodami statistické regulace při kontrole měřením, i když analogické úvahy lze provést i pro případ kontroly srovnáváním.

V bodě 2) se hovoří o „statistickém zvládnutí procesu v *užším slova smyslu*“, což znamená, že Shewhartovy regulační diagramy pracují s předpokladem, že v čase se nemění ani střední hodnota sledovaného znaku jakosti, ani jeho variabilita. Tento případ se však ukazuje v praxi jako málo častý. Častěji v procesu dochází zejména ke změnám střední hodnoty sledovaného znaku jakosti z neodstranitelných příčin. Jedná se např. o změny nástroje, složitě nastavitelného procesu, opotřebení nástroje apod. V takovém případě budeme hovořit o „statistickém zvládnutí procesu v *širším slova smyslu*“. Regulačním diagramům pro tento případ se říká regulační diagramy s rozšířenými mezemi, které musí zvládnout i variabilitu vyvolanou proměnami v chování parametru polohy. Zde budeme dále uvažovat Shewhartovy regulační diagramy a předpokládat, že regulovaný proces je statisticky zvládnut v užším slova smyslu a že sledovaný znak jakosti je normálně rozdělen.

Princip statistické regulace spočívá v opakované kontrole vhodně vybraných logických podskupin, vypočítání zvolené výběrové charakteristiky a její porovnání s regulačními mezemi. Pokud výběrová charakteristika padne mimo horní (UCL) nebo mimo dolní (LCL) regulační mez, usuzujeme, že v procesu došlo k určité nenáhodné změně, začala působit nějaká zvláštní, vymezitelná, příčina variability, kterou je třeba identifikovat, odstranit a přijmout takové opatření, aby se již nemohla opakovat. Riziko, se kterým usuzujeme na přítomnost zvláštní příčiny variability, je rovno α. Velikost tohoto rizika α ovlivňuje četnost zbytečného hledání zvláštní příčiny, když ve skutečnosti neexistuje. Příliš malé riziko α, které ovlivňuje šířku regulačních mezí, snižuje citlivost signalizace přítomnosti zvláštní příčiny variability. Tato skutečnost plyne z toho, že statistická regulace umožňuje volbu rozsahu podskupiny n (z technických a ekonomických důvodů se obvykle volí n malé) a uvažuje pouze riziko α, zatím co se riziko β, riziko „chybějícího signálu“, nebere v úvahu. Vyčerpávajícím způsobem je situace pro zvolená obě rizika α i β řešena v ČSN ISO 7966 „*Přejímací regulační diagramy*“ (2).

Jiným řešením může být přidání „výstražných regulačních mezí“ (UWL a LWL) do regulačního diagramu, vypočítaných pro zvolené větší riziko α a porovnávání výběrových bodů jednak se „zásahovými regulačními mezemi“ (UCL a LCL) stanovenými pro obvyklé riziko $\alpha = 0{,}00135$ a současně s „výstražnými regulačními mezemi“ (UWL a LWL) stanovenými pro větší riziko, např. pro riziko $\alpha = 0{,}05$.

Výběrový bod (zjištěná hodnota výběrové charakteristiky) ležící mimo „výstražné meze“ znamená jistou „výstrahu“, nutnost věnovat procesu zvýšenou pozornost, zatímco výběrový bod mimo „zásahové meze“ znamená signál k hledání zvláštní příčiny variability. Využití „výstražných mezí“ může být různým způsobem upraveno, v závislosti na pravděpodobnosti, že se např. vyskytnou-li se dva, nebo více bodů mimo jednu, nebo druhou výstražnou mez apod. Do jisté míry se tomuto problému věnuje i ČSN ISO 7873:1995 „*Regulační diagramy pro aritmetický průměr s výstražnými mezemi*“ (18).

Dále budou odvozeny potřebné výpočty regulačních mezí pro obecné riziko α (a tedy i výstražných regulačních mezí) při zachování značení, uvedeném v ČSN ISO 8258 (3). Výpočty budou provedeny pro oba v normě uvažované případy, tj. když parametry rozdělení znaku jakosti jsou stanoveny (*základní hodnoty jsou stanoveny*) a když parametry rozdělení znaku jakosti známy nejsou a musí být odhadovány (*základní hodnoty nejsou stanoveny*).

2 Regulační meze pro případ stanovených "základních hodnot"

Vychází se z předpokladu, že sledovaný znak jakosti má normální rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ a že jsou známy, nebo stanoveny hodnoty:

- $\mu = \mu_0$ střední hodnota procesu nebo průměrná hodnota výběrových průměrů X_0 ;
- $\sigma = \sigma_0$ směrodatná odchylka procesu nebo průměrná hodnota směrodatných odchylek podskupin s_0 , případně průměrná hodnota výběrových rozpětí podskupin

R_0 .

Otázce stanovení základních hodnot, zejména ve vztahu k ukazatelům způsobilosti a výkonnosti je věnována samostatná kapitola.

V těchto případech platí vztahy: $\mu_0 = X_0$; $\sigma_0 = s_0/C_4(n)$; $\sigma_0 = R_0/d_2(n)$, které plynou z rozdělení výběrových průměrů, výběrových směrodatných odchylek a výběrových rozpětí. Koeficienty $C_4(n)$ a $d_2(n)$ jsou tabelovány v ČSN ISO 8258 (3).

Nyní si všimneme jednotlivých běžně používaných výběrových statistik (výběry, nebo podskupiny rozsahu n) používaných při statistické regulaci.

2.1 Statistika - individuální hodnota xi :

centrální přímka CL_x :	X_0 nebo μ_0 ;
UCL_x :	$X_0 + A^* \sigma_0$;
LCL_x :	$X_0 - A^* \sigma_0$.

Koeficient pro stanovení regulačních mezí individuálních hodnot vychází z rozdělení individuálních hodnot $N(\mu,\sigma^2)$, kde jednotlivé napozorované hodnoty leží v intervalu

$$\mu - u_{1-\alpha}\sigma \leq x_i \leq \mu + u_{1-\alpha}\sigma$$

s pravděpodobností $1-2\alpha$., přičemž u_γ je γ-kvantil normovaného normálního rozdělení N(0,1).

Za parametr μ dosadíme stanovenou hodnotu μ_0 (resp. X_0) a za parametr σ známou hodnotu σ_0 . Centrální přímka odpovídá střední hodnotě daného rozdělení μ_0, horní a dolní regulační meze vyžadují znalost kvantilu $u_{1-\alpha}$ normovaného normálního rozdělení a směrodatné odchylky daného rozdělení σ_0 .

Koeficient A^* je tedy roven:

$$A^* = u_{1-\alpha} ,$$

α je riziko planého poplachu vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$. Uvedené kvantily $u_{1-\alpha}$ jsou tabelovány, např. (10), (11), případně jsou obsaženy jako funkce "NORMSINV" v programu Microsoft Excel.

2.2 Statistika - výběrový průměr $\bar{x}$:

centrální přímka $CL_{\bar{x}}$:	X_0 nebo μ_0 ;
$UCL_{\bar{x}}$:	$X_0 + A(n)\,\sigma_0$;
$LCL_{\bar{x}}$:	$X_0 - A(n)\,\sigma_0$.

Koeficient pro stanovení regulačních mezí výběrových průměrů podskupin rozsahu n vychází z rozdělení výběrových průměrů $N(\mu, \sigma^2/n)$, kde výběrové průměry leží v intervalu

$$\mu - u_{1-\alpha}\sigma/\sqrt{n} \leq \bar{x} \leq \mu + u_{1-\alpha}\sigma/\sqrt{n}$$

s pravděpodobností $1 - 2\alpha$.

Za parametr μ dosadíme opět stanovenou hodnotu μ_0 a za parametr σ známou hodnotu σ_0 . Centrální přímka odpovídá střední hodnotě daného rozdělení μ_0, horní a dolní regulační meze vyžadují znalost kvantilu $u_{1-\alpha}$ normovaného normálního rozdělení a směrodatné odchylky výběrových průměrů $\sigma_0/\sqrt{n}$.

Koeficient A(n) se vypočítá ze vztahu:

$$A(n) = u_{1-\alpha}/\sqrt{n} \ ,$$

kde n je konstantní rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je $(1-\alpha)$ kvantil normovaného normálního rozdělení. Riziko α planého poplachu je uvažováno opět vzhledem ke každé z regulačních mezí zvlášť. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem $\alpha = 0{,}00135$, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$.

Vztah pro stanovení koeficientu A(n) plyne z toho, že rozdělení výběrových průměrů z podskupin rozsahu n je normální $N(\mu, \sigma^2/n)$.

2.3 Statistika - výběrový medián Me :

Tento typ regulačních mezí pro mediány a rozpětí (případně pro mediány a směrodatné odchylky), v případě, když základní hodnoty jsou dány, není v ČSN ISO 8258 (3) uvažován. Vycházíme-li z předpokladu, že je dána cílová hodnota X_0 a výběrové rozpětí v podskupinách R_0 (nebo směrodatná odchylka procesu σ_0), potom by výběrové mediány z podskupin rozsahu n měly ležet v regulačních mezích

centrální přímka CL_{Me}:	X_0 nebo μ_0 ;
UCL_{Me} :	$X_0 + A_4(n)\, R_0$;
LCL_{Me} :	$X_0 - A_4(n)\, R_0$.

Koeficient pro stanovení regulačních mezí výběrových mediánů podskupin rozsahu n vychází z rozdělení výběrových mediánů, které je přibližně normální $N(\mu, \sigma^2 c_n^2/n)$ Mittag H. J; Rinne, H.: *Statistical Methotds of Quality Assurance*. (12).

Výběrové mediány leží v intervalu

$$\mu - u_{1-\alpha}\,\sigma\, c_n/\sqrt{n} \ \le\ Me \ \le\ \mu + u_{1-\alpha}\,\sigma\, c_n/\sqrt{n}$$

s pravděpodobností $1 - 2\alpha$.

Koeficient $A_4(n)$ se vypočítá ze vztahu:

$$A_4(n) = \frac{u_{1-\alpha}\, c_n}{\sqrt{n}} / d_2(n) \ ,$$

kde n je konstantní rozsah podskupin, $u_{1-\alpha}$ je $(1-\alpha)$ kvantil normovaného normálního rozdělení a koeficienty c_n a $d_2(n)$ jsou uvedeny v Tabulce 1 a 2 a (12) a (3). Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem $\alpha = 0{,}00135$, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$.

Regulační meze lze vyjádřit i pomocí známé směrodatné odchylky procesu σ_0 ; potom

UCL_{Me} :	$X_0 + A^*_4(n)\, \sigma_0$;
LCL_{Me} :	$X_0 - A^*_4(n)\, \sigma_0$.

kde $$A^*_4(n) = \frac{u_{1-\alpha}\, c_n}{\sqrt{n}} = A_4(n)\, d_2(n) \ .$$

2.4 Statistika - výběrová směrodatná odchylka s :

centrální přímka CL_s:	s_0 nebo $C_4\sigma_0$;
UCL_s:	$B_6(n)\,\sigma_0$;
LCL_s:	$B_5(n)\,\sigma_0$.

Koeficienty $B_6(n)$ a $B_5(n)$ se vypočítají ze vztahů:

$$B_6(n) = C_4(n) + u_{1-\alpha}\sqrt{1-C_4^2(n)}\,;$$

$$B_5(n) = C_4(n) - u_{1-\alpha}\sqrt{1-C_4^2(n)}\,.$$

kde n je rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení. Riziko α planého poplachu se určuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha}$ = 3,0 . Koeficienty $C_4(n)$ jsou odvozeny z rozdělení výběrové směrodatné odchylky, které lze aproximovat normálním rozdělením N(E{s}, D{s}), (6), (15), kde střední hodnota výběrové směrodatné odchylky je

$$E\{s\} = \sigma\sqrt{\frac{2}{n-1}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

a rozptyl výběrové směrodatné odchylky je

$$D\{s\} = \sigma^2\left\{1-\frac{2}{n-1}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\right]^2\right\}.$$

Jestliže označíme

$$C_4(n) = \sqrt{\frac{2}{n-1}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)},$$

potom můžeme napsat výraz pro horní regulační mez:

$$UCL_s = E\{s\} + u_{1-\alpha}\sqrt{D\{s\}} = \sigma\,[\,C_4(n) + u_{1-\alpha}\sqrt{1-C_4^2(n)}\,] = \sigma\,B_6(n);$$

analogicky lze odvodit i výraz pro dolní regulační mez:

$$LCL_s = E\{s\} - u_{1-\alpha}\sqrt{D\{s\}} = \sigma\,[\,C_4(n) - u_{1-\alpha}\sqrt{1-C_4^2(n)}\,] = \sigma\,B_5(n).$$

Ve výše uvedených výrazech pro E(s), D(s) a $C_4(n)$ je $\Gamma(n)$ tzv. gama funkce.

2.5 Statistika - výběrové rozpětí R :

centrální přímka CL_R:	R_0 nebo $d_2(n)\,\sigma_0$;
UCL_R:	$D_2(n)\,\sigma_0$;
LCL_R:	$D_1(n)\,\sigma_0$.

Koeficienty $D_2(n)$ a $D_1(n)$ se vypočítají ze vztahů:

$$D_2(n) = d_2(n) + u_{1-\alpha}\, d_3(n);$$

$$D_1(n) = d_2(n) - u_{1-\alpha}\, d_3(n);$$

kde n je konstantní rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je $(1-\alpha)$ kvantil normovaného normálního rozdělení. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí zvlášť. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem $\alpha = 0{,}00135$, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$. Koeficienty $d_2(n)$ a $d_3(n)$ jsou odvozeny z rozdělení výběrového rozpětí, které je přibližně normální N(E{R}, D{R}) (6).

Střední hodnota výběrového rozpětí v k podskupinách rozsahu n je

$$E\{R\} = d_2(n)\,\sigma$$

a rozptyl výběrového rozpětí v k podskupinách konstantního rozsahu n je

$$D\{R\} = d_3(n)\,\sigma\,\sqrt{k}\ .$$

σ je směrodatná odchylka znaku jakosti v procesu, koeficienty $d_2(n)$ i $d_3(n)$ jsou v literatuře tabelovány (5), (15), (16).

Výraz pro horní regulační mez na základě jedné podskupiny (k = 1) lze napsat ve tvaru

$$UCL_R = \sigma_0\,[d_2(n) + u_{1-\alpha}\, d_3(n)] = D_2(n)\,\sigma_0\ ;$$

stejně lze napsat výraz i pro dolní regulační mez

$$LCL_R = \sigma_0\,[d_2(n) - u_{1-\alpha}\, d_3(n)] = D_1(n)\,\sigma_0\ .$$

Regulační meze lze vyjádřit i pomocí daného rozpětí v podskupinách R_0. V tomto případě položíme $\sigma_0 = R_0 / d_2(n)$. Potom :

$$UCL_R:\qquad D_2(n)\, R_0 / d_2(n)\ ;$$

$$LCL_R:\qquad D_1(n)\, R_0 / d_2(n)\ .$$

3) Regulační meze pro případ nestanovených "základních hodnot"

Vychází se z předpokladu, že sledovaný znak jakosti má normální rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ a že hodnoty parametrů μ a σ nejsou známy a je třeba je odhadnout. Při výpočtu Shewhartvých regulačních mezí jsou hodnoty uvedených parametrů odhadovány z určitého počtu k podskupin (např. $k \geq 25$) stejného rozsahu n. Základní předpoklad pro uplatnění Shewhartvých regulačních diagramů je statistické zvládnutí procesu „v užším slova smyslu“ jak vzhledem k poloze, tak vzhledem k variabilitě. Znamená to, že se předpokládá konstantní hodnota obou parametrů μ i σ v čase, že na proces nepůsobí žádné zvláštní, vymezitelné příčiny variability.

3.1 Statistika - individuální hodnota x_i :

$$\text{centrální přímka } CL_x:\qquad \bar{x}\ ;$$

$$UCL_x:\qquad \bar{x} + E_2\,\bar{R}\ ;$$

$$LCL_x:\qquad \bar{x} - E_2\,\bar{R}\ .$$

Výběrový průměr $\bar{x}$ je vypočten z k podskupin rozsahu n = 1 (z k napozorovaných hodnot) a $\bar{R}$ je průměr (k-1) klouzavých rozpětí stanovených vždy ze dvou, za sebou následujících, pozorování.

Koeficient E_2 se vypočítá ze vztahu:

$$E_2 = u_{1-\alpha} / d_2(n) ,$$

kde $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení a α je riziko planého poplachu vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$.

V ČSN ISO 8258 (3) se předpokládá vedení regulačního diagramu pro individuální hodnoty a klouzavá rozpětí ze dvou sousedních pozorování (n = 2). Potom pro riziko α = 0,00135 je $E_2 = 3 / d_2(2) = 2{,}66$.

3.2 Statistika - výběrový průměr $\bar{x}$:

$$\text{centrální přímka } CL_{\bar{x}}: \quad \bar{\bar{x}} ;$$

$$UCL_{\bar{x}}: \quad \bar{\bar{x}} + A_2(n)\, \bar{R} ;$$

$$LCL_{\bar{x}}: \quad \bar{\bar{x}} - A_2(n)\, \bar{R} .$$

nebo

$$UCL_{\bar{x}}: \quad \bar{\bar{x}} + A_3(n)\, \bar{s} ;$$

$$LCL_{\bar{x}}: \quad \bar{\bar{x}} - A_3(n)\, \bar{s} .$$

Koeficient $A_2(n)$ se vypočítá ze vztahu:

$$A_2(n) = \frac{u_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} / d_2(n) ,$$

kde n je rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení a $d_2(n)$ tabelovaný koeficient (5), (15), (16), plynoucí z rozdělení výběrových rozpětí. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$.

Koeficient $A_3(n)$ se vypočítá ze vztahu:

$$A_3(n) = \frac{u_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} / C_4(n) ,$$

kde n je konstantní rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení a $C_4(n)$ tabelovaný koeficient (3), plynoucí z rozdělení výběrových směrodatných odchylek. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$.

3.3 Statistika - výběrový medián Me :

$$\text{centrální přímka } CL_{Me}: \quad \overline{Me} ;$$

$$UCL_{Me}: \quad \overline{Me} + A_4(n)\,\overline{R};$$

$$LCL_{Me}: \quad \overline{Me} - A_4(n)\,\overline{R}.$$

Koeficient $A_4(n)$ se vypočítá ze vztahu:

$$A_4(n) = \frac{u_{1-\alpha}\, c_n}{\sqrt{n}} / d_2(n) \,,$$

kde n je konstantní rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení, c_n a $d_2(n)$ jsou uvedeny v Tabulce 1 a 2 a (12) a (3). Plynou z rozdělení výběrových mediánů a výběrových rozpětí. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha}$ = 3,0 .

Vztah pro stanovení koeficientu $A_4(n)$ plyne z rozdělení výběrových mediánů Me, z podskupin rozsahu n , které je přibližně normální $N(\mu, \sigma_0^2 c_n^2 / n)$, jestliže σ_0^2 nahradíme odhadem $\sigma_0^2 \cong \overline{R} / d_2(n)$.

3.4 Statistika - výběrová směrodatná odchylka s :

$$\text{centrální přímka } CL_s: \quad \overline{s};$$

$$UCL_s: \quad B_4(n)\,\overline{s};$$

$$LCL_s: \quad B_3(n)\,\overline{s}.$$

Koeficienty $B_4(n)$ a $B_3(n)$ se vypočítají ze vztahů:

$$B_4(n) = 1 + \frac{u_{1-\alpha}\sqrt{1 - C_4^2(n)}}{C_4(n)};$$

$$B_3(n) = 1 - \frac{u_{1-\alpha}\sqrt{1 - C_4^2(n)}}{C_4(n)};$$

kde n je rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha}$ = 3,0 . Koeficienty $C_4(n)$, tabelované v (3) a jsou odvozeny z rozdělení výběrové směrodatné odchylky, které je přibližně normální N(E{s}, D{s}).

3.5 Statistika - výběrové rozpětí R :

$$\text{centrální přímka } CL_R: \quad \overline{R};$$

$$UCL_R: \quad D_4(n)\,\overline{R};$$

$$LCL_R: \quad D_3(n)\,\overline{R}.$$

Koeficienty $D_4(n)$ a $D_3(n)$ se vypočítají ze vztahů:

$$D_4(n) = 1 + \frac{u_{1-\alpha}\, d_3(n)}{d_2(n)};$$

$$D_3(n) = 1 - \frac{u_{1-\alpha}\, d_3(n)}{d_2(n)};$$

kde n je rozsah podskupin a $u_{1-\alpha}$ je (1-α) kvantil normovaného normálního rozdělení. Riziko α planého poplachu se uvažuje vzhledem ke každé z regulačních mezí. Shewhartovy regulační diagramy pracují s rizikem α = 0,00135, kterému odpovídá $u_{1-\alpha} = 3{,}0$. Koeficienty $d_2(n)$ a $d_3(n)$ jsou odvozeny z rozdělení výběrového rozpětí, které je přibližně normální N(E{$\overline{R}$}, D{$\overline{R}$}) a uvedeny na závěr kapitoly v tabulce 1 a 2 a (12), (3).

Poznámka:

Rozdělení používaných výběrových charakteristik (statistik) $\overline{x}$, Me , s , R z výběrů rozsahu n - za předpokladu normálního rozdělení N (μ , σ^2) sledované náhodné veličiny - se uvažuje normální s níže uvedenými parametry:

Statistika	Střední hodnota	Směrodatná odchylka
Výběrový průměr $\overline{x}$	μ	$\sigma / \sqrt{n}$
Výběrový medián Me	μ	$\sigma\, c_n / \sqrt{n}$
Výběrová směrodatná odchylka s	$\sigma\, C_4(n)$	$\sigma \sqrt{1 - C_4^2(n)}$
Výběrové rozpětí R	$\sigma\, d_2(n)$	$\sigma\, d_3(n)$

Koeficienty uvažované ve druhém a třetím sloupci jsou tabelovány v tabulce 1, resp. tabulce 2.

4) Výpočet regulačních mezí pro zvolené hodnoty α.

V tabulce 1 jsou vypočítány koeficienty pro stanovení Shewhartových regulačních mezí při riziku planého poplachu α = 0,00135 a pro porovnání v tabulce 2 jsou vypočítány tyto koeficienty pro α = 0,05, které mohou být použity např. pro stanovení výstražných regulačních mezí.

Výpočty byly provedeny v programu MS Excel, souboru „Koeficienty pro výpočet Shewhartových regulačních mezí.xls“, který je k dispozici u autorů zprávy. V tomto souboru je zahrnuto:

Na listě „*Shewhart*“ jsou tabelovány součinitele pro výpočet regulačních mezí a centrální přímky Shevhartových regulačních diagramů při kontrola měřením, převzaté z ČSN ISO 8258 a na stejném listu je proveden jejich kontrolní výpočet s o řád vyšší přesností, na základě výrazů uvedených v předešlých odstavcích (viz. Tabulka 1.).

Na listě „*Obecně*“ jsou vypočítány součinitele pro výpočet regulačních mezí a centrální přímky regulačních diagramů Shewhartova typu při kontrola měřením pro libovolné riziko planého poplachu α zadané v buňce Z2, např. pro α = 0,05, viz Tabulka 2.

Na listě „*Výstr. m. - nad*“ jsou vypočítány pravděpodobnosti, že v **k** podskupinách se vyskytne **m** výběrových bodů mimo jednu regulační mez. Např. jsou-li regulační meze (ať zásahové, nebo výstražné) nastaveny na riziko planého poplachu α = 0,05, potom pravděpodobnost, že v k = 10 podskupinách se vyskytnou nejvýše 3 výběrové body mimo jednu mez je 0,010475.

Pravděpodobnost, že se v k podskupinách vyskytne náhodně m výběrových bodů mimo jednu nebo druhou regulační mez

(Výsledná pravděpodobnost je na 6 desetinných míst, tj. na hodnoty ppm.)

α = 0,05000

podskupiny	k =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
mimo meze	m =											
	1	0,050000	0,095000	0,135375	0,171475	0,203627	0,232134	0,257282	0,279335	0,298539	0,315125	0,365756
	2		0,002500	0,007125	0,013538	0,021434	0,030544	0,040623	0,051456	0,062850	0,074635	0,134752
	3			0,000125	0,000475	0,001128	0,002143	0,003563	0,005416	0,007718	0,010475	0,030733
	4				0,000006	0,000030	0,000085	0,000188	0,000356	0,000609	0,000965	0,004853
	5					0,000000	0,000002	0,000006	0,000015	0,000032	0,000061	0,000562
	6						0,000000	0,000000	0,000000	0,000001	0,000003	0,000049
	7							0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000003
	8								0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	9									0,000000	0,000000	0,000000
	10										0,000000	0,000000
	11											0,000000
	12											0,000000
	13											0,000000
	14											0,000000
	15											0,000000

Na stejné stránce je možno s využitím nástroje „Hledání řešení" vypočítat riziko planého poplachu α , na které musí být nastaveny regulační meze (ať zásahové, nebo výstražné) tak, aby pro pravděpodobnost, že v k podskupinách se vyskytne nejvýše m výběrových bodů mimo jednu mez, odpovídala zvolené hodnotě P(m, k, α).

Např. požadujeme, aby během kontroly k = 8 podskupin, nejvýše ve dvou případech (m = 2) se vyskytl výběrový bod mimo jednu mez s pravděpodobností P(2, 8, α) = 0,01. K řešení využijeme v MS Excel statistickou funkci BINOMDIST(m, k, α, 0). Hledanou hodnotu a najdeme pomocí nástroje „Hledání řešení" ze vztahu

$$P(2, 8, \alpha) = \mathrm{BINOMDIST}(2, 8, \alpha, 0).$$

Výsledkem řešení je α = 0,021. Potom je třeba nastavit příslušné meze pro riziko planého poplachu α = 0,021.

V nastavené buňce, které obsahuje vzorec BINOMDIST(m, k, α, 0) se zobrazí skutečná, aktuální hodnota P(m, k, α) pro kterou byl výpočet proveden. V našem případě byla zadaná hodnota 0,01.

Výpočet α - rizika planého poplachu, odpovídajícího k podskupinám ve kterých m výběrových bodů padne mimo regulační (výstražnou) mez se zadanou pravděpodobností P(m,k,α)

Využití nástroje "Hledání řešení" (příklad).

Pro zvolené:	k	=	8	počet sledovaných podskupin
	m	=	2	počet podskupin, kdy znak jakosti padne mimo (nad, pod) výstražnou mez
	P(m,k,α)	=	0,0109127994	**nastavená buňka**, obsahuje vzorec BINOMDIST(m, k, α, 0)
			0,010	**cílová hodnota** je zvolená pravděpodobnost, že v **k** podskupinách padne **m** bodů mimo výstražnou mez
odpovídající pravděp.	α	=	0,0210425	**měněná buňka,** zobrazí výslednou, vypočtenou, hodnotu α
zaokrouhlená výsledná hodnota			0,0210	

Výslednou zaokrouhlenou hodnotu α vložit do listu "Obecně" do buňky Z2.

Výslednou, zaokrouhlenou hodnotu α zapíšeme do listu „Obecně" do buňky Z2 a získáme tabulku potřebných koeficientů regulačních mezí pro riziko planého poplachu α = 0,021.

Na listě „*Výstr. m. - mezi*" jsou vypočítány pravděpodobnosti, že se v **k** podskupinách vyskytne **m** výběrových bodů mezi výstražnou a zásahovou mezí. Předpokládáme, že každé z výstražných mezí přísluší pravděpodobnost planého poplachu α_V a každé z regulačních, zásahových, mezí přísluší pravděpodobnost planého poplachu α_Z.

Např. je-li regulační (zásahová) mez stavena pro riziko planého poplachu α_Z = 0,00135 a výstražná mez pro riziko α_V = 0,05, potom pravděpodobnost, že v k = 8 podskupinách se vyskytnou nejvýše 2 výběrové body mezi oběma mezemi je 0,0491321.

Pravděpodobnost, že se v k podskupinách vyskytne náhodně m výběrových bodů mimo výstražnou mez, ale nepřekročí zásahovou mez

(Výsledná pravděpodobnost je na 7 desetinných míst, tj. při vynásobením 10^6 na desetiny ppm.)

α_V = 0,05000 α_Z = 0,00135

podskupiny	k =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
mimo meze	m =											
	1	0,0486500	0,0925664	0,1320945	0,1675575	0,1992573	0,2274761	0,2524776	0,2745081	0,2937974	0,3105602	0,3630267
	2		0,0023668	0,0067550	0,0128528	0,0203792	0,0290816	0,0387335	0,0491321	0,0600967	0,0714662	0,1299509
	3			0,0001151	0,0004382	0,0010421	0,0019829	0,0033012	0,0050250	0,0071708	0,0097457	0,0287968
	4				0,0000056	0,0000266	0,0000761	0,0001688	0,0003212	0,0005501	0,0008722	0,0044178
	5					0,0000003	0,0000016	0,0000052	0,0000131	0,0000281	0,0000535	0,0004970
	6						0,0000000	0,0000001	0,0000003	0,0000010	0,0000023	0,0000424
	7							0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000001	0,0000028
	8								0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000001
	9									0,0000000	0,0000000	0,0000000
	10										0,0000000	0,0000000
	11											0,0000000
	12											0,0000000
	13											0,0000000
	14											0,0000000
	15											0,0000000

Na stejné stránce je možno s využitím nástroje „Hledání řešení“ vypočítat riziko planého poplachu vzhledem k výstražné mezi α_V, na které musí být nastaveny výstražné meze tak, aby když zásahové meze jsou nastaveny na riziko planého poplachu, např. α_Z = 0,00135, byla pravděpodobnost, že v **k** podskupinách se vyskytne nejvýše **m** výběrových bodů mezi oběma mezemi odpovídala zvolené hodnotě např. P(m, k, (1-α_Z)-(1-α_V) = 0,05.

Např. požadujeme, aby během kontroly k = 8 podskupin, nejvýše ve dvou případech (m = 2) se vyskytl výběrový bod mezi zásahovou a výstražnou mezí s pravděpodobností P(2, 8, (1-α_Z)-(1-α_V)) = 0,05. K řešení využijeme v MS Excel statistickou funkci BINOMDIST(m, k, (1-α_Z)-(1-α_V), 0). Hledanou hodnotu α_V najdeme pomocí nástroje „Hledání řešení“ ze vztahu

P(2, 8, (1-0,00135)-(1-α_V)) = 0,05 = BINOMDIST(2, 8, (1-0,00135)-(1-α_V), 0).

Výsledkem řešení je α_V = 0,0503822. Potom je třeba nastavit příslušné výstražné meze pro riziko planého poplachu α = 0,0504.

Výpočet α_V - rizika planého poplachu odpovídajícího výstražné mezi, v případě k podskupinám ve kterých m výběrových bodů překročí výstražnou mez ale nepřekročí zásahovou mez se zadanou pravděpodobností P(m,k,(1-α_Z)-(1-α_V)).

Pro zvolené:	α_Z	=	0,00135	**Využití nástroje "Hledání řešení"** (příklad).
	k	=	8	počet sledovaných podskupin
	m	=	2	počet podskupin, kdy znak jakosti padne mimo (nad, pod) výstražnou mez
	P(m,k,(1-α_Z)-(1-α_V))	=	0,04978697	**nastavená buňka**, obsahuje vzorec BINOMDIST(m, k, P(m,k,(1-α_Z)-(1-α_V)), 0)
			0,050	**cílová hodnota** je zvolená pravděpodobnost, že v **k** podskupinách padne **m** bodů mezi výstražnou a zásahovou mezí (nutno přepsat do dialogového okna)
odpovídající pravděp	α_V	=	0,0503822	**měněná buňka,** zobrazí výslednou, vypočtenou, hodnotu α_V
zaokrouhlená výsledná hodnota =			0,0504	

Výslednou zaokrouhlenou hodnotu α vložit do listu "Obecně" do buňky Z2 pro výpočet koeficientů výstražných mezí.

Výslednou, zaokrouhlenou hodnotu α_V zapíšeme do listu „Obecně“ do buňky Z2 a získáme tabulku potřebných koeficientů regulačních mezí pro riziko planého poplachu α_V = 0,0504.

Literatura:

(1) ČSN 01 0265:1960 *Statistická regulace.* Tato norma byla zrušena a nahrazena

(2) ČSN ISO 7966:1995 *Přejímací regulační diagramy*

(3) ČSN ISO 8258:1994 *Shewhartovy regulační diagramy*

(4) Dietrich E. Shulze, A. : *Statistische verfahren zur Maschinen und Prozeßesqualifikation*. Wien: Carl Hanser Verlag, 1995.

(5) Hald A.: *Statistical Tables and Formulas*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1952

(6) Hald A.: *Statistical Theory with Engineering Applications*. New York: John Wiley & Son, Inc., 1952

(7) Horálek V., Křepela J.: *Statistické řízení procesů S P C*. Studijní podklad pro kurz ČSJ 2002.

(8) Horálek V.: *Shewhartovy regulační diagramy a jejich aplikace*. [Sborník semináře „Použití statistické regulace v systému zabezpečování jakosti dle norem ISO řady 9000".] ČSJ Praha 1992.

(9) Chandra J. M.: *Statistical Quality Control.* New York: CRC Press LLC, 2001.

(10) Janko J.: *Statistické tabulky.* NČSAV Praha 1958

(11) Likeš J., Laga J.: *Základní statistické tabulky*. SNTL Praha, 1978

(12) Mittag H. J; Rinne, H.: *Statistical Methotds of Quality Assurance*. London: Chapman & Hall, 1993.

(13) Montgomery D. C.: *Introduction to Statistical Quality Control.* J.Wiley and Sons, 2001

(14) QS – 9000 : *Statistické řízení procesů* (SPC). Vydaly Chrysler Corporation, Ford Motor Company a General Motors Corporation, přeložil V. Horálek, ČSJ Praha 1999

(15) *Shirland L. E.: Statistical Quality Control with Microcomputer Applications Appendix B, str. 378. (John Wiley &Sons 1993)*

(16) *Tippett L. H. C.: On the Extreme Individuals and the Range of Samples Taken From a Normal Population. London: Biometrika, 1925. 412 s.*

(17) Tonar J.: *Zobecněný výpočet regulačních mezí pro daná rizika*. Diplomová práce ČVUT 2003.

(18) ČSN ISO 7873:1995 Regulační diagramy pro aritmetický průměr s výstražnými mezemi

Tato výzkumná zpráva byla vytvořena v rámci projektu 1M06047 MŠMT „Centrum pro jakost a spolehlivost ve výrobě" (CQR).

Použité šablony vytvořené v Excelu pro výpočet regulačních mezí jsou k dispozici u autorů výzkumné zprávy.

Tabulka 1 - Součinitele pro výpočet regulačních mezí a centrální přímky Shewhartových regulačních diagramů

n	A(n)	A_2(n)	A_3(n)	A_4(n)	B_3(n)	B_4(n)	B_5(n)	B_6(n)	D_1(n)	D_2(n)	D_3(n)	D_4(n)	C_4(n)	d_2(n)	d_3(n)	c_n	E_2(n)
2	2,1213	1,8806	2,6587	1,8806	0	3,2665	0	2,6063	0	3,6855	0	3,2673	0,79788	1,1280	0,8525	1,000	2,660
3	1,7321	1,0231	1,9544	1,1868	0	2,5682	0	2,2760	0	4,3581	0	2,5744	0,88623	1,6929	0,8884	1,160	1,772
4	1,5000	0,7285	1,6281	0,7956	0	2,2661	0	2,0878	0	4,6983	0	2,2820	0,92132	2,0589	0,8798	1,092	1,457
5	1,3417	0,5768	1,4273	0,6910	0	2,0890	0	1,9636	0	4,9184	0	2,1144	0,93999	2,3261	0,8641	1,198	1,290
6	1,2248	0,4833	1,2871	0,5490	0,0304	1,9696	0,0289	1,8742	0	5,0782	0	2,0039	0,95153	2,5342	0,8480	1,136	1,184
7	1,1339	0,4193	1,1819	0,5090	0,1177	1,8823	0,1129	1,8058	0,2046	5,2038	0,0757	1,9243	0,95937	2,7042	0,8332	1,214	1,109
8	1,0607	0,3725	1,0991	0,4317	0,1851	1,8149	0,1786	1,7514	0,3880	5,3068	0,1363	1,8637	0,96503	2,8474	0,8198	1,159	1,054
9	1,0000	0,3367	1,0317	0,4118	0,2391	1,7609	0,2318	1,7068	0,5466	5,3934	0,1840	1,8160	0,96931	2,9700	0,8078	1,223	1,010
10	0,9487	0,3082	0,9754	0,3622	0,2837	1,7163	0,2759	1,6694	0,6866	5,4692	0,2231	1,7769	0,97266	3,0779	0,7971	1,175	0,975
11	0,9045	0,2851	0,9274	0,3504	0,3213	1,6787	0,3134	1,6373	0,8107	5,5345	0,2555	1,7445	0,97535	3,1726	0,7873	1,229	0,946
12	0,8660	0,2658	0,8859	0,3163	0,3535	1,6465	0,3456	1,6095	0,9229	5,5939	0,2832	1,7168	0,97756	3,2584	0,7785	1,190	0,921
13	0,8321	0,2494	0,8496	0,3076	0,3816	1,6184	0,3737	1,5851	1,0244	5,6468	0,3071	1,6929	0,97941	3,3356	0,7704	1,233	0,899
14	0,8018	0,2353	0,8173	0,2812	0,4062	1,5938	0,3985	1,5634	1,1182	5,6962	0,3282	1,6718	0,98097	3,4072	0,7630	1,195	0,880
15	0,7746	0,2231	0,7885	0,2760	0,4282	1,5718	0,4206	1,5440	1,2036	5,7408	0,3466	1,6534	0,98232	3,4722	0,7562	1,237	0,864
16	0,7500	0,2123	0,7626	0,2552	0,4479	1,5521	0,4405	1,5265	1,2826	5,7820	0,3631	1,6369	0,98348	3,5323	0,7499	1,202	0,849
17	0,7276	0,2028	0,7391	0,2510	0,4657	1,5343	0,4585	1,5106	1,3558	5,8204	0,3779	1,6221	0,98451	3,5881	0,7441	1,238	0,836
18	0,7071	0,1942	0,7176	0,2345	0,4818	1,5182	0,4748	1,4960	1,4245	5,8561	0,3913	1,6087	0,98541	3,6403	0,7386	1,207	0,824
19	0,6883	0,1866	0,6979	0,2312	0,4966	1,5034	0,4898	1,4826	1,4882	5,8892	0,4034	1,5966	0,98621	3,6887	0,7335	1,239	0,813
20	0,6708	0,1796	0,6797	0,2177	0,5102	1,4898	0,5036	1,4703	1,5494	5,9216	0,4148	1,5852	0,98693	3,7355	0,7287	1,212	0,803
21	0,6547	0,1733	0,6629		0,5228	1,4772	0,5163	1,4589	1,6053	5,9505	0,4249	1,5751	0,98758	3,7779	0,7242		0,794
22	0,6396	0,1674	0,6473		0,5344	1,4656	0,5281	1,4483	1,6600	5,9794	0,4346	1,5654	0,98817	3,8197	0,7199		0,785
23	0,6255	0,1621	0,6327		0,5452	1,4548	0,5391	1,4383	1,7103	6,0057	0,4433	1,5567	0,98870	3,8580	0,7159		0,778
24	0,6124	0,1572	0,6191		0,5553	1,4447	0,5493	1,4291	1,7593	6,0319	0,4516	1,5484	0,98919	3,8956	0,7121		0,770
25	0,6000	0,1526	0,6063		0,5648	1,4352	0,5589	1,4203	1,8056	6,0560	0,4593	1,5407	0,98964	3,9308	0,7084		0,763

Tabulka 2 - Součinitele pro výpočet regulačních mezí a centrální přímky pro riziko α = 0,05

n	A(n)	A_2(n)	A_3(n)	A_4(n)	B_3(n)	B_4(n)	B_5(n)	B_6(n)	D_1(n)	D_2(n)	D_3(n)	D_4(n)	C_4(n)	d_2(n)	d_3(n)	c_n	E_2(n)
2	1,1631	1,0311	1,4577	1,0311	0	2,2427	0	1,7894	0	2,5302	0	2,2431	0,79788	1,1280	0,8525	1,000	1,458
3	0,9497	0,5610	1,0716	0,6507	0,1402	1,8598	0,1242	1,6482	0,2316	3,1542	0,1368	1,8632	0,88623	1,6929	0,8884	1,160	0,972
4	0,8224	0,3994	0,8927	0,4362	0,3058	1,6942	0,2818	1,5609	0,6118	3,5060	0,2971	1,7029	0,92132	2,0589	0,8798	1,092	0,799
5	0,7356	0,3162	0,7826	0,3789	0,4029	1,5971	0,3787	1,5012	0,9048	3,7474	0,3890	1,6110	0,93999	2,3261	0,8641	1,198	0,707
6	0,6715	0,2650	0,7057	0,3010	0,4684	1,5316	0,4457	1,4574	1,1394	3,9290	0,4496	1,5504	0,95153	2,5342	0,8480	1,136	0,649
7	0,6217	0,2299	0,6480	0,2791	0,5162	1,4838	0,4953	1,4235	1,3337	4,0747	0,4932	1,5068	0,95937	2,7042	0,8332	1,214	0,608
8	0,5815	0,2042	0,6026	0,2367	0,5532	1,4468	0,5339	1,3962	1,4989	4,1959	0,5264	1,4736	0,96503	2,8474	0,8198	1,159	0,578
9	0,5483	0,1846	0,5656	0,2258	0,5828	1,4172	0,5649	1,3737	1,6413	4,2987	0,5526	1,4474	0,96931	2,9700	0,8078	1,223	0,554
10	0,5201	0,1690	0,5348	0,1986	0,6073	1,3927	0,5907	1,3547	1,7668	4,3890	0,5740	1,4260	0,97266	3,0779	0,7971	1,175	0,534
11	0,4959	0,1563	0,5085	0,1921	0,6279	1,3721	0,6124	1,3383	1,8776	4,4676	0,5918	1,4082	0,97535	3,1726	0,7873	1,229	0,518
12	0,4748	0,1457	0,4857	0,1734	0,6455	1,3545	0,6311	1,3241	1,9779	4,5389	0,6070	1,3930	0,97756	3,2584	0,7785	1,190	0,505
13	0,4562	0,1368	0,4658	0,1686	0,6609	1,3391	0,6473	1,3115	2,0684	4,6028	0,6201	1,3799	0,97941	3,3356	0,7704	1,233	0,493
14	0,4396	0,1290	0,4481	0,1542	0,6745	1,3255	0,6616	1,3003	2,1522	4,6622	0,6317	1,3683	0,98097	3,4072	0,7630	1,195	0,483
15	0,4247	0,1223	0,4323	0,1513	0,6865	1,3135	0,6744	1,2903	2,2284	4,7160	0,6418	1,3582	0,98232	3,4722	0,7562	1,237	0,474
16	0,4112	0,1164	0,4181	0,1399	0,6973	1,3027	0,6858	1,2812	2,2988	4,7658	0,6508	1,3492	0,98348	3,5323	0,7499	1,202	0,466
17	0,3989	0,1112	0,4052	0,1376	0,7070	1,2930	0,6961	1,2729	2,3642	4,8120	0,6589	1,3411	0,98451	3,5881	0,7441	1,238	0,458
18	0,3877	0,1065	0,3934	0,1285	0,7159	1,2841	0,7055	1,2654	2,4254	4,8552	0,6663	1,3337	0,98541	3,6403	0,7386	1,207	0,452
19	0,3774	0,1023	0,3826	0,1268	0,7240	1,2760	0,7140	1,2584	2,4822	4,8952	0,6729	1,3271	0,98621	3,6887	0,7335	1,239	0,446
20	0,3678	0,0985	0,3727	0,1193	0,7315	1,2685	0,7219	1,2520	2,5369	4,9341	0,6791	1,3209	0,98693	3,7355	0,7287	1,212	0,440
21	0,3589	0,0950	0,3634		0,7383	1,2617	0,7292	1,2460	2,5867	4,9691	0,6847	1,3153	0,98758	3,7779	0,7242		0,435
22	0,3507	0,0918	0,3549		0,7447	1,2553	0,7359	1,2404	2,6356	5,0038	0,6900	1,3100	0,98817	3,8197	0,7199		0,431
23	0,3430	0,0889	0,3469		0,7507	1,2493	0,7422	1,2352	2,6804	5,0356	0,6948	1,3052	0,98870	3,8580	0,7159		0,426
24	0,3358	0,0862	0,3394		0,7562	1,2438	0,7480	1,2304	2,7243	5,0669	0,6993	1,3007	0,98919	3,8956	0,7121		0,422
25	0,3290	0,0837	0,3324		0,7614	1,2386	0,7535	1,2258	2,7656	5,0960	0,7036	1,2964	0,98964	3,9308	0,7084		0,418